

評量證號碼:

國立臺南第一高級中學 110 學年度學術性向資優鑑定

【數理類】複選第一階段《數學》成就評量試題

各位同學好，作答之前，請詳閱以下注意事項：

1. 手機請務必關機，手錶鬧鐘鬧鈴設定請取消，並將手機放置於前方地板上。
2. 桌上僅放置評量證及文具，作答時不可使用量角器，若有攜帶附量角器功能之任何工具，請放在教室前方地板上。
3. 遲到逾 20 分鐘者不得進入試場，考試開始 30 分鐘內不准出場。
4. 考生不得將試題及答案卡(卷)攜出試場，違者該科不予計分。
5. 請依照評量證號碼，將後四碼中的第一碼劃記在答案卡『班級』欄的『十位』數，第二碼劃記在『班級』欄的個位數，第三碼劃記在『座號』欄的『十位』數，第四碼劃記在『座號』欄的個位數。例如准考證號碼為 20134 者，請在班級欄的十位數劃記 0，個位數劃記 1；在座號欄的十位數劃記 3，個位數劃記 4。
6. 請務必在答案卡姓名欄填入姓名。
7. 評量時間為 80 分鐘，自 08:40~10:00。
8. 本次試題共 7 題單選題，13 題「選填題」，每題 5 分，滿分 100 分，題號以 A、B、C、…標示，作答時請用 2B 鉛筆劃卡，請務必將選項塗黑、塗滿，
9. 題目中所提供的圖形只供參考，不代表實際上之大小。
10. 請將所有答案簡化至最簡，否則不予計分。
11. 每題答案全對才給分。
12. 選填題作答劃記說明：請仔細閱讀下面的例子。
 - (1) 例如 C 題為單選題，其作答題號為 ②，若你認為答案為選項 (5)，就請如此劃記

2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
 - (2) 例如 E 題為填充題，其作答題號為 $\frac{8}{9}$ ，若你認為該題答案為 $-\frac{2}{3}$ ，就請如此劃記

8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. 請聽到鈴聲響起，於試題本右上角方格內填寫評量證號碼，再翻頁作答。

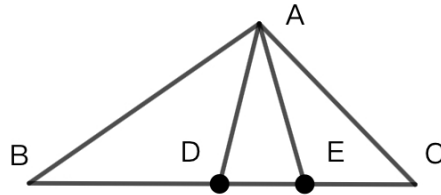
☆鈴響前請勿翻開試題本☆

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 4 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 如圖 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 3$ ， $\triangle ABD \approx \triangle CAE$ ， $\triangle CAE \approx \triangle CBA$ ，則 $\triangle ADE$ 的周長為下列哪一選項？

- (1) $\frac{29}{6}$ (2) $\frac{31}{6}$ (3) $\frac{33}{6}$ (4) $\frac{35}{6}$



2. 已知二次函數 $f(x)$ 的最高次項的係數為 -1 ，且 $f(0) = 0$ 。若 $f(3)$ 、 $f(1)$ 、 $f(2)$ 為等差數列，則下列何者為 $f(x) = 0$ 的兩根之和？

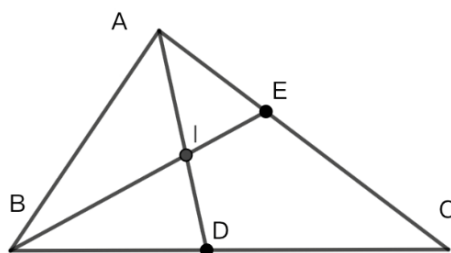
- (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{11}{3}$ (3) $\frac{13}{3}$ (4) $\frac{14}{3}$

3. 小志的衣櫃裡有花紋、網格、條紋的襯衫各一件，黑色休閒褲、藍色牛仔褲、棕色卡其褲各一件。已知小志穿網格襯衫時不穿黑色休閒褲，穿花紋襯衫一定搭配藍色牛仔褲。姐姐幫小志任意帶一件襯衫、一件褲子，若每一件襯衫被選到的機會相等，每一件褲子被選到的機會相等，則搭配的結果小志可以接受的機率為何？

- (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{5}{9}$ (3) $\frac{6}{9}$ (4) $\frac{7}{9}$

4. 如圖 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 12$ 、 $\overline{CA} = 9$ ， \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ， \overline{BE} 平分 $\angle ABC$ ，若 \overline{AD} 與 \overline{BE} 交於 I ，則三角形 AIB 與四邊形 $EIDC$ 的面積比為何？

- (1) 2:5 (2) 3:7 (3) 4:9 (4) 5:11



5. 有一個二位數，將個位數的數字的 11 倍加上十位數的數字的 2 倍等於 74。若改變作法，將十位數的數字的 11 倍加上個位數的數字的 2 倍之和會是多少？

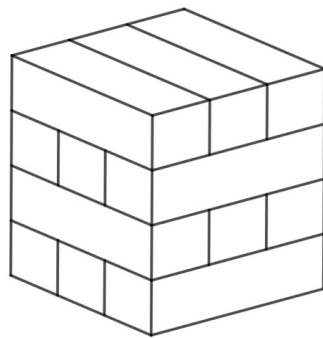
- (1) 56 (2) 64 (3) 74 (4) 78

6. 已知 a 、 b 為常數，若多項式 $-2x^3 + 3x^2 + bx + a$ 除以 $2x^2 + x + 3$ 與 $-2x^2 + bx$ 除以 $2x^2 + x + 3$ 的餘式相同，則 a 的值為何？

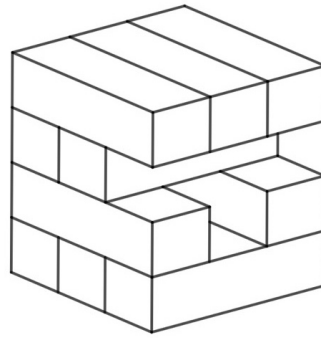
- (1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 12

7. 甲乙兩人玩疊疊樂，兩人將長 3、寬 1、高 1 的木塊共 12 塊疊成如「圖(一)」後開始抽木塊，甲先抽一塊，乙再抽一塊後如「圖(二)」，若有包括底面，則「圖(二)」的表面積是多少？

- (1) 74 (2) 76 (3) 78 (4) 80



(圖一)



(圖二)

二、選填題（占 65 分）

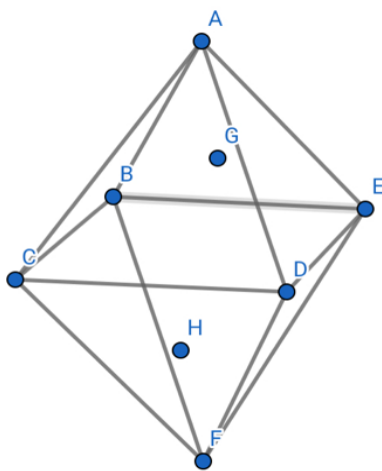
說明：1.第 A 至 M 題，將答案劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8-35）

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 數列： $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{1}, \frac{4}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ 依此規則，請問第 100 項是 $\frac{\textcircled{8}}{\textcircled{9}}$ 。

B. 直線 $L_1: y = \frac{12}{5}x + 12$ 分別交 x 軸、 y 軸於 A 點、 B 點，若 O 為原點，且 $L_2: ax + y + c = 0$ 為 $\angle BAO$ 的角平分線，求 $a + c = \underline{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。

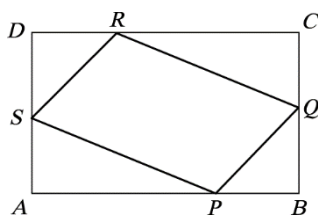
C. 若 $ABCDEF$ 為邊長為 6 的正八面體， G 為 $\triangle ABE$ 之重心， H 為 $\triangle CDF$ 之重心，螞蟻在正八面體的表面爬行，一開始在 G 最後到達 H ，則最短距離為 $\textcircled{12}\sqrt{\textcircled{13}\textcircled{14}}$ 。



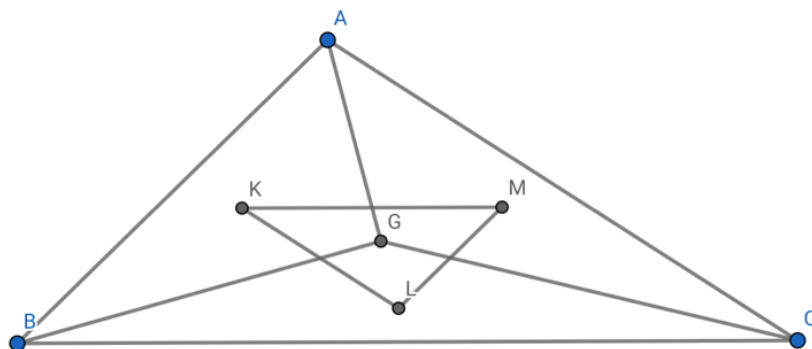
D. 解聯立方程組 $\begin{cases} 8x^2 + 4xy - 8y^2 = -1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ ，可得 $y = y_1$ 或 y_2 ，則 $|y_2 - y_1| = \frac{\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。

E. 已知 n 為一非零整數且 $\frac{n}{30-n}$ 為某一整數的完全平方，則 n 有 ⑰ 種可能。

F. 如圖，長方形 $ABCD$ 的邊長為 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 6$ ，平行四邊形 $PQRS$ 內接於長方形 $ABCD$ 且 $\overline{PB} = \overline{CQ}$ ，求平行四邊形的最小面積為 ⑱⑲。

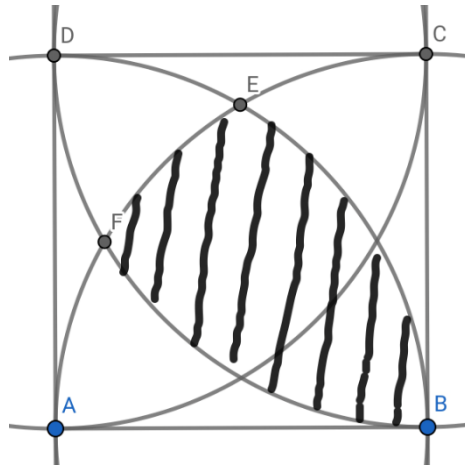


G. 設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，已知 $\overline{GA} = 5$ ， $\overline{GB} = 12$ ， $\overline{GC} = 13$ ， M, K, L 分別為 $\triangle AGC, \triangle BGA, \triangle CGB$ 的重心，則 $\triangle MKL$ 的面積為 ⑳㉑。



H. 如圖所示，正方形 $ABCD$ 邊長為 2，以各頂點為圓心，邊長 2 為半徑，在正方形內部畫圓弧，

求圓弧與交點 B, E, F 所形成的斜線區域面積為 $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}\pi - \textcircled{24}\sqrt{\textcircled{25}}$ 。

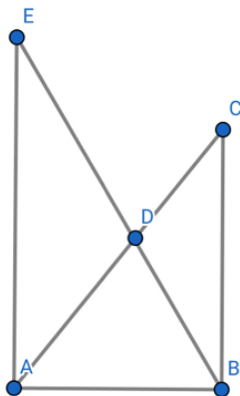


I. 化簡 $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{\dots}}}}}$ = $\textcircled{26}$ 。

J. 坐標平面上有一條拋物線 Γ ，其上有四個點構成等腰梯形，且等腰梯形的對稱軸與 Γ 的對稱軸重合。已知該等腰梯形的高為 14、上底為 4、下底為 6 且下底

在 x 軸上，則 Γ 頂點的 y 坐標為 $\frac{\textcircled{27}\textcircled{28}\textcircled{29}}{\textcircled{30}}$ 。（化為最簡分數）

- K. 如圖所示， $\angle EAB$ 及 $\angle ABC$ 為直角， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AE}=8$ ，又 \overline{AC} 與 \overline{BE} 交於 D 點，試問 $\triangle ADE$ 與 $\triangle BDC$ 面積之差為 31。



- L. 有 7 個整數，其平均數、中位數、全距、唯一的眾數為 7，則此 7 個數中，最大的數可為 32 33。

- M. 某一正整數的每一位數字都是 2，若此數可被 33333 整除，則此數至少是 34 35 位數。