

# 國立臺南第一高級中學 106 學年度學術性向資優鑑定

## 【數理類】複選第二階段數學實作評量試題

### ※ 作答注意事項 ※

1. 本階段測驗時間：民國 106 年 7 月 25 日上午 09:30 ~ 10:50(共 80 分鐘)。
2. 考生在考試時間內，桌上僅放置准考證及文具。
3. 手機請務必關機，並放置於教室前方地板上；  
手錶（或鬧鐘）之鬧鈴設定請取消。
4. 考生遲到 15 分鐘以上不得進考場應試；考試開始 30 分鐘內不得交卷離場。
5. 考生不得將試題或答案卡（卷）攜出試場，違者該科不予計分。
6. 請在試題本及答案卷上方填入姓名及准考證號碼。
7. 答案卷有兩面，請記得翻頁依題號順序作答。
8. 本次試題共 10 題，分成【填充題】與【計算證明題】兩大題，  
其中填充題（共六題）視答題性質有可能給部份分數（半對）；  
而計算證明題（共四題）則是可以視列式步驟間的合理性部份給分，  
但若只有答案卻無列式過程則不予計分。

☆ 鈴響前請勿翻開試題本 ☆

【填充題】60% ( 每題 10 分，請將答案填入答案卷的指定欄位中 )

1. 方程式  $\sqrt{\frac{x}{x-1}} + \sqrt{1-\frac{1}{x}} = \frac{61}{30}$  之根為  $x =$  \_\_\_\_\_。

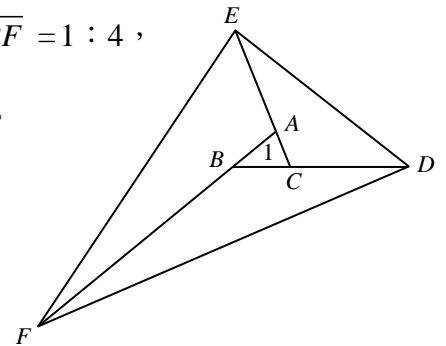
2. 已知  $x$ 、 $y$  均為正整數，則滿足不等式  $3x+21y \leq 106$  的解  $(x, y)$  共有 \_\_\_\_\_ 組。

3. 設  $x = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ ， $y = \frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ ，且  $17x^2 + 90xy + 17y^2 = 3388$ ，則  $n =$  \_\_\_\_\_。

4. 已知  $ABCD$  為邊長 15 的正方形， $P$  為其內部一點， $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分別為  $\triangle ABP$ 、 $\triangle BCP$ 、 $\triangle CDP$ 、 $\triangle DAP$  的重心，則四邊形  $EFGH$  的面積為 \_\_\_\_\_。

5. 如右圖， $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ ， $\overline{CA} : \overline{AE} = 1 : 3$ ， $\overline{AB} : \overline{BF} = 1 : 4$ ，

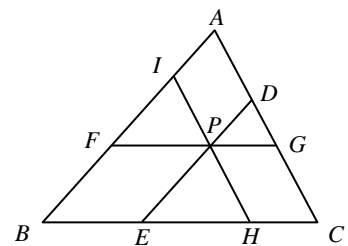
已知  $\triangle ABC$  的面積為 1，則  $\triangle DEF$  的面積為 \_\_\_\_\_。



6. 如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 450$ ， $\overline{BC} = 510$ ， $\overline{CA} = 425$ ，

$P$  為  $\triangle ABC$  內部一點， $\overline{DE}$ 、 $\overline{FG}$ 、 $\overline{HI}$  均過  $P$  點，長度

都是  $x$ ，且分別平行於  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ ，試求  $x$  之值。

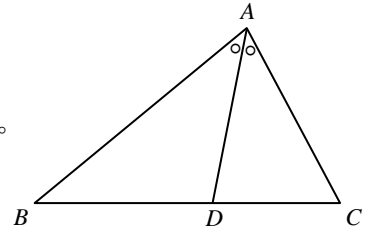


【計算與證明題】40%

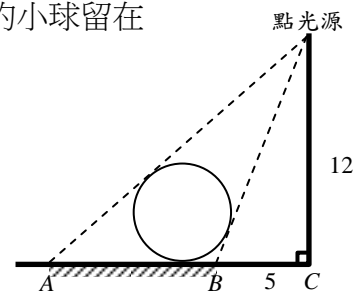
(每題 10 分，沒有與答案相關的列式一律不予計分)

7. 請證明「內角平分線定理」：

如右圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AD}$  平分  $\angle BAC$ ，試證： $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}$ 。



8. 如圖，距離地面 12 公分處有一點光源，使半徑為 3 公分的小球留在地面上的影長為  $\overline{AB}$ ，若  $\overline{BC} = 5$ ，則  $\overline{AB}$  長 \_\_\_\_\_。



9. 已知正整數  $k$  滿足  $\frac{1}{k+1} < (\sqrt{3} - \sqrt{2})^4 < \frac{1}{k}$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_。

10. 對於實數  $x$ ，符號  $\lfloor x \rfloor$  表示不大於  $x$  之最大整數，如： $\lfloor 3 \rfloor = 3$ 、 $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$ 、

$\lfloor -\pi \rfloor = -4$ 、…… 等等。試求方程式  $\lfloor x^2 - 2x + 3 \rfloor = 2x^2 - 4x - 1$  之所有實數解。