

國立臺南第一高級中學 106 學年度學術性向資優鑑定

【數理類】複選第一階段數學成就評量試題

※ 以下為作答注意事項 ※

☆ 鈴響前請勿翻開試題本 ☆

1. 本階段測驗時間：民國 106 年 7 月 22 日上午 08:40~10:00 (共 80 分鐘)。
2. 考生在考試時間內，桌上僅放置准考證及文具。
3. 手機請務必關機，並放置於教室前方地板上；手錶 (或鬧鐘) 之鬧鈴設定請取消。
4. 考生遲到 15 分鐘以上不得進考場應試；考試開始 30 分鐘內不得交卷離場。
5. 考生不得將試題或答案卡 (卷) 攜出試場，違者該科不予計分。
6. 請依照准考證號碼之末四碼，第一碼劃記在答案卡之『班級』欄的『十位』數，第二碼劃記在『班級』欄的『個位』數，第三碼劃記在『座號』欄的『十位』數，第四碼劃記在『座號』欄的『個位』數。例如准考證號碼為 10234 者，需在班級欄的十位數劃記 0，個位數劃記 2，在座號欄的十位數劃記 3，個位數劃記 4。並務必記得在答案卡之姓名欄填入姓名。
7. 本次試題共 20 題「選填題」，每題 5 分，滿分 100 分，題號以 A、B、C、…… 標示，作答時請用 2B 鉛筆劃卡，每題均答案全對才給分。
8. 作答劃記說明：請仔細閱讀下面的例子。

例如 C 題為單選題，其作答題號為 ④，若你認為答案為選項 (5)，

就請如此劃記

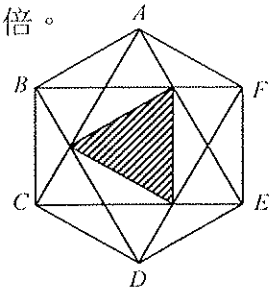
4	1	2	3	4	<u>5</u>	6	7	8	9	0	-	±
---	---	---	---	---	----------	---	---	---	---	---	---	---

例如 E 題為填充題，其作答題號為 ⑭⑮，若你認為該題答案為 $\frac{-2}{3}$ ，

就請如此劃記

14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
15	1	<u>2</u>	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
16	1	2	<u>3</u>	4	5	6	7	8	9	0	-	±

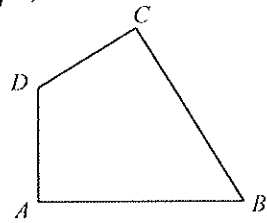
A. 右圖中的正六邊形 $ABCDEF$ 面積是斜線區三角形面積的 ① 倍。



B. 右圖為一箏形，其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = a$ ， $\overline{CD} = \overline{DA} = b$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ，

若 a 、 b 皆為正整數且 $a > b$ ，箏形面積為 660，

則箏形周長的最小值為 ②③④。

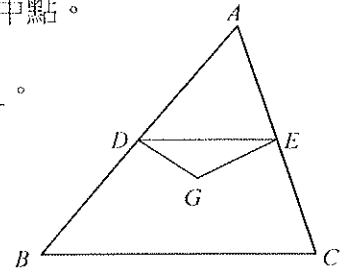


C. 已知兩正整數 a 、 b 滿足 $a - b = 175$ 且 $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 7$ ，則 $a + b =$ ⑤⑥⑦。

D. 已知一袋中有形狀、大小、材質均相同之黑、白兩種顏色的玻璃珠各若干顆。在已經取出 3 黑珠、4 白珠的情況下，下一顆取得白珠的機率為 $\frac{7}{12}$ ；在已經取出 4 黑珠、3 白珠的情況下，下一顆取得白珠的機率為 $\frac{3}{5}$ ，則袋中原有白珠 ⑧⑨ 顆。

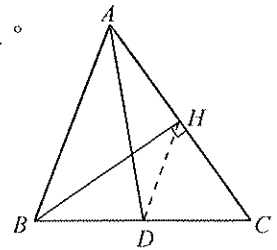
E. 如圖，已知 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，且 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點。

若 $\triangle DEG$ 的面積為 6 平方單位，則 $\triangle ABC$ 的面積為 ⑩⑪。



F. 如圖， \overline{AD} 是 $\triangle ABC$ 的中線， H 點在 \overline{AC} 上且 $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ 。

若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 14$ ，連接 \overline{DH} ，則 \overline{DH} 為 ⑫。



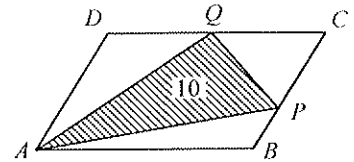
G. 一讀書小組有趙、錢、孫、李、周五位同學，本月圖書有甲、乙、丙、丁、戊五本書，每人至少讀過其中的一本書；已知趙、錢、孫、李分別讀過其中的 2、2、3、4 本書；而甲、乙、丙、丁各被其中 1、3、1、2 位同學讀過。則周同學讀過 ⑬ 本書。

H. 實函數 $f(x)$ 滿足 $3f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x$ ，則 $f(2)$ 為 ⑭。

I. 已知 a 、 b 為使得 $\sqrt[3]{7500 \times a}$ 、 $\sqrt[3]{\frac{7500}{b}}$ 為正整數的最小正整數，則 $a+b = \underline{\textcircled{15}\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。

J. 平行四邊形 $ABCD$ 中， P 、 Q 分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上，使得

$\overline{CP} = 2\overline{BP}$ ， $\overline{CQ} = \overline{QD}$ （如圖）。已知 $\triangle APQ$ 之面積為 10，



則平行四邊形 $ABCD$ 之面積為 $\underline{\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。

K. 艾咪、露西、凱蒂各講了三句話，而每個人都「恰只有兩句話是真的」。

艾咪：我 22 歲；我比露西小 1 歲；我比凱蒂大 2 歲。

露西：我不是最年輕的；凱蒂和我相差 3 歲；凱蒂 23 歲。

凱蒂：我比艾咪年輕；艾咪 23 歲；露西比艾咪大 3 歲。

則露西的年紀為 $\underline{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 歲。

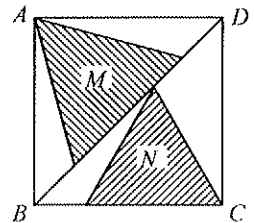
L. 試問若將一張 12×100 的方格子，沿對角線 AB 畫一條直線，則會劃過 $\underline{\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}}$ 個方格子的內部。

M. 坐標平面上，開口向上的拋物線 $y=ax^2-3ax+2a$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點且與 y 軸交於 C 點。已知 O 為原點， $\overline{OA} < \overline{OB}$ 且 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{3}{4}$ ，若 A 點到 \overline{BC} 的距離為 d ，則下列何者正確？ ②⑤ 【單選】

- (1) $d < 0.4$ (2) $0.4 \leq d < 0.5$ (3) $0.5 \leq d < 0.6$ (4) $0.6 \leq d < 0.7$ (5) $d \geq 0.7$

N. 已知 $\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + c = 0$ 之兩根為 -3 或 $\frac{1}{2}$ ，則方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 之兩根積為 $\frac{\textcircled{26} \textcircled{27}}{\textcircled{28}}$ 。

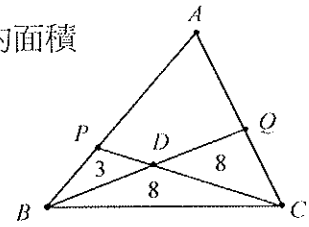
O. 右圖中， $ABCD$ 為正方形，斜線區 M 、 N 皆為正三角形，則正三角形 M 面積與正三角形 N 面積的比值為 $\frac{\textcircled{29} + \sqrt{\textcircled{30}}}{\textcircled{31}}$ 。



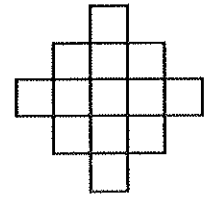
P. 已知圓上有 10 個等分點 A_1, A_2, \dots, A_{10} (可圍成正十邊形)，則此 10 個等分點任取三點可以圍成 ③②③③ 個直角三角形。

Q. 如圖， $\triangle ABC$ 被兩條直線分割為四個部分，其中三個部份的面積

如圖上標示，則四邊形 $APDQ$ 的面積為 $\frac{\textcircled{34} \textcircled{35}}{\textcircled{36}}$ 。

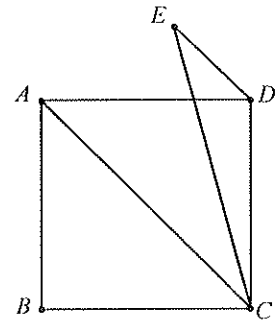


R. 圖中所有的矩形（包含正方形與長方形）共有 $\textcircled{37} \textcircled{38}$ 個。



S. 如圖，已知邊長為 1 的正方形 $ABCD$ ，其中 $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ 且

$\overline{AC} = \overline{CE}$ ，則 \overline{DE} 的長度為 $\frac{\sqrt{\textcircled{39}} - \sqrt{\textcircled{40}}}{\textcircled{41}}$ 。



T. 有一個九宮格如圖所示，必須遵守以下行走規則：只能往上、下、左、右四個方向的相鄰格子移動，且每一格都恰經過一次。

則由 A 出發且走全部的格子有 $\textcircled{42}$ 種走法。

