

數學能力檢定 試題本

請勿翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

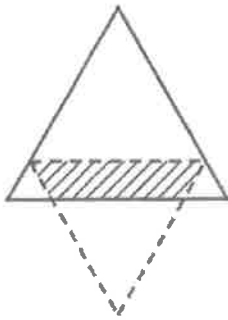
1. 測驗時間 10:40~12:00，共 80 分鐘。
2. 本試卷共三大題(選擇題 10 題、填充題 4 題、計算證明題 3 題)，共計 100 分。
3. 請將選擇題答案畫記於答案卡上，答案卡須用黑色 2B 鉛筆畫記，修正時請用橡皮擦將原畫記擦拭乾淨，不得使用修正液(帶)。答案卡如有畫記不清或汙損等情事，至電腦無法辨認者，其責任自負，不得提出異議。
4. 請將填充題的答案、計算證明題的計算過程和答案寫於答案卷上，寫於試題本不予計分。
5. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室臨時置物區。
6. 試題本及答案卷如有印刷不清、缺頁、漏印或汙損等情形，請立即舉手告知監試人員，其餘一概不得發問。
7. 本測驗結束後，請將試題本、答案卡和答案卷放在桌上，待監試人員清點確認數量後，始可離開試場。

一、單選題(每題 5 分，共 50 分)

1. $\sqrt{2023^2 + 23^2 - 2023 \times 23}$ 最接近下列哪個選項？

- (A)2005 (B)2015 (C)2025 (D)2035 (E)2045

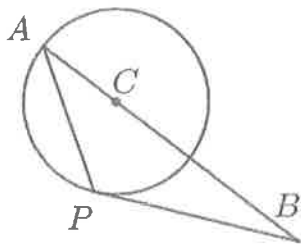
2. 一張正三角形紙張，沿著一條與邊平行的直線對折，兩片紙張重疊的面積占原本紙張的最大比例為(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{5}$



3. (如圖) A, B, C 三點共線， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AC} : \overline{CB} = 1 : 3$ 。以 C 點為圓心過 A 點作一圓。

過 B 作圓的切線與圓切於 P 點，則 $\overline{AP}$ 長為

- (A) $2\sqrt{6}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{11}$ (E) 9



4. 一條長 100 公尺纖細繩子對折為 50 公尺，再整束對折為 $100 \times (\frac{1}{2})^2$ ，再整束對折為 $100 \times (\frac{1}{2})^3 \dots$ 。如此整束操作 8 次對折後，由整束三等分點位置剪斷，剪斷後攤開後會有兩種長度繩子，長的繩段有 a 條、短的繩段有 b 條，則 b 值為
 (A)128 (B)258 (C)384 (D)514 (E)770
5. 有一對男女情侶於路口同時搭乘不同公車分開，男生搭乘以每小時 80 公里時速的公車向東方筆直道路等速行駛、女生搭乘以每小時 60 公里時速的公車向北方筆直道路等速行駛。兩車行進中兩人互相相望，但一分鐘後受到一棟圓形建物所阻礙彼此視線，已知圓形建物半徑為 60 公尺，則兩人因阻礙有幾秒看不到對方？
 (A)6 秒 (B)7.5 秒 (C)9 秒 (D)10.5 秒 (E)12 秒
6. 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 $-\frac{5}{2}$ ，若聯立方程式
$$\begin{cases} 3a_1x + 2a_2y = 4 \\ 3a_3x + 2a_5y = k \\ 3a_9x + 2a_{14}y = 20 \end{cases}$$
 有解，則 $k=$
 (A)6 (B)8 (C)10 (D)12 (E)14

7. $f(x) = -x^2 - 3x - 1$ ，當 $a-1 \leq x \leq a$ 時，函數的最小值恰為 $f(a)$ ，則 a 值不可能為下列何者？(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

8. 正整數 100~300 之中找三個相異數 a, b, c 形成遞增的等比數列，則滿足上述條件的等比數列中，其公比最小可能值最接近下列哪個選項？

- (A) $1 + \frac{1}{17}$ (B) $1 + \frac{1}{16}$ (C) $1 + \frac{1}{15}$ (D) $1 + \frac{1}{14}$ (E) $1 + \frac{1}{13}$

9. 國慶閱兵士兵若干人排列成等腰梯形大隊形狀，每個排列中，後一列比前一列多 2 員士兵(如第一列 20 員、第二列 22 員、第三列 24 人...形成一等腰梯型大隊)。某年國慶閱兵，參與士兵人員數目可為變換成 14 列、15 列及 16 列三種不同等腰梯型大隊，則下列哪一人數可形成該三種梯型大隊？

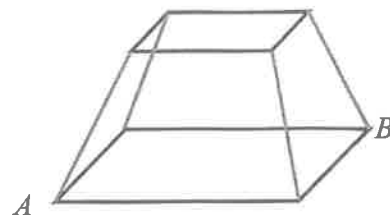
- (A) 2400 (B) 2520 (C) 2880 (D) 3150 (E) 3360

10. 已知 $\frac{3^2}{2 \times 4} + \frac{5^2}{4 \times 6} + \frac{7^2}{6 \times 8} + \dots + \frac{51^2}{50 \times 52} = p(\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{50 \times 52})$ ，則 p 值為何？

- (A) $\frac{570}{13}$ (B) $\frac{161}{26}$ (C) 27 (D) 53 (E) 105

二、填充題(每題 5 分，共 20 分)

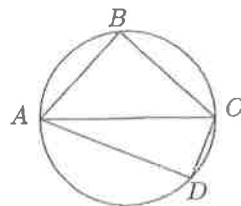
1. 地上放置一平台(如圖)，平台的上面為邊長 6 的正方形，底部是邊長為 12 的正方形，側面為四個全等且腰長為 6 的等腰梯形，一隻螞蟻由 A 點沿著表面爬到 B 點，則螞蟻爬行的最短距離為_____。



2. 已知正整數 n 滿足正整數 $2n$ 有 28 個正因數，而正整數 $50n$ 有 42 個正因數，則 n 為_____。

3. 已知正數 a, b, c 滿足 $\frac{a}{8a+2b} = \frac{b}{7b+3c} = \frac{c}{a+6c}$ ，則 $\frac{a+b}{c}$ 之值為_____。

4. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}$ 為直徑， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AD} = 8$ ，則四邊形 $ABCD$ 面積為_____。



三、計算證明題(每題 10 分，共 30 分)

(給分原則是依據思考邏輯的嚴謹性與表達的清晰完整性)

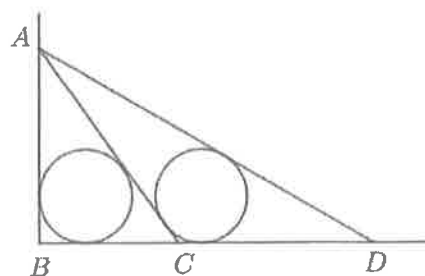
1. 試解方程式 $(x-5)^3 + (x+1)^3 + (x+4)^3 = (3x)^3$

【立方和公式： $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ 、立方差公式： $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 】

2. 如圖，牆上 A 點有一燈高度 $\overline{AB} = 80$ ，照射牆角有一圓使其影長 $\overline{BC} = 60$ 。此圓往外

移動後得影長 $\overline{CD}$ ，試求(1)此圓移動距離？

(2) $\overline{CD}$ ？



3. 【已知】銳角三角形 ABC 的外心為 M ，過 A, B, M 的圓分別交直線 AC 、直線 BC 於點 P, Q

【試證】直線 $CM \perp$ 直線 PQ

