112 學年度 國立成功大學/臺南一中科學班甄選 實驗實作

數學科 試卷

請不要翻到次頁！
讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

1. 本試卷共兩大題：填充題 4 題、計算證明題 6 題，合計 100 分。
2. 測驗時間為 15:10～16:40，共 90 分鐘。
3. 直接作答於此試卷中，填充題請將答案填入答案欄內，計算證明題請將完整解題過程和答案填入作答欄位內。
4. 作答時不可使用計算機。
5. 試卷如有印刷不清、缺頁、漏印或汙損等情形，請立即舉手告知監試人員。
6. 測驗結束後，請將試卷放在桌上，待監試人員清點確認數量後，始可離開試場。

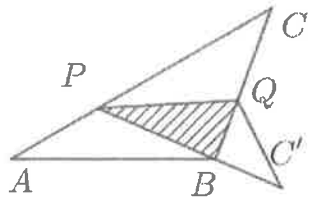
填充題答案欄【請將答案填入答案欄，否則不計分】

1	2	3	4

一、填充題(每題 7 分)

1. (如圖)$\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=4\sqrt{3}$，$\overline{PQ}\,//\,\overline{AB}$，將$\triangle CPQ$沿著$\overline{PQ}$

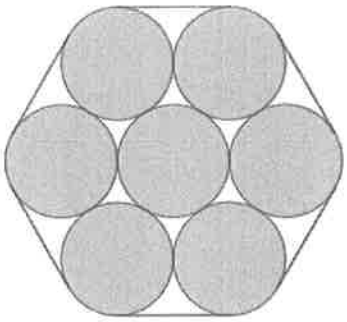
 對折到$\triangle C'PQ$，恰使$\overline{PC'}$過B點，則$\triangle BPQ$面積為____。



2. 凸 n 邊形的最小內角為 70°，且內角由小而大形成一等差數列，則 n 最大值為____。

3. 解方程式：$\sqrt{x+\frac{2}{x}+6}+\sqrt{x+\frac{2}{x}-2}=2x$

4. 將 7 個半徑為 2 的圓排成如圖形狀，外面再用一繩子將其綑緊，求空白部分面積



二、計算證明題

(給分原則是依據思考邏輯的嚴謹性與表達的清晰完整性)

1. 某一題數學題如下：

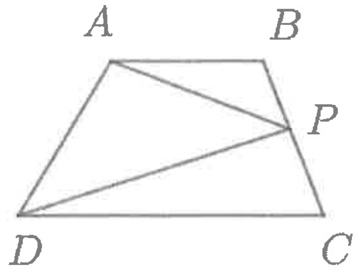
一袋中共有 100 個球其中有 n 個黑球，假設每一球被取到的機率相等。已知從袋中任取一球，取到黑球的機率小於 $\frac{7}{13}$；另外加入□個黑球後，再從袋中任取一球，取到黑球的機率大於 $\frac{7}{13}$。則 $n=$ ______。

數學老師為了設計成答案(n 之值)只有一個解，□可以填入的數字為______。(10%)

2. 正整數 a,b,c 滿足 $a,b^2,ac,360$ 成等差數列，則 $b=$____。(10%)

3. 梯形 $ABCD$ 中 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 且 $\overline{AB} < \overline{CD}$，若 P 為 $\overline{BC}$ 上一點，滿足△PAB 面積 10，

△PCD 面積 20，△PAD 面積 33，試求 $\overline{AB}$ ： $\overline{CD}$ 比值。(10%)



4. 矩形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=8$，F 為 $\overline{AD}$ 中點，E 為 $\overline{AB}$ 上一定點且 $\overline{AE}=c$、

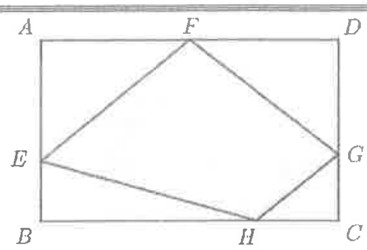
G 為 $\overline{CD}$ 上一動點，過 G 作 $\overline{EF}$ 平行線與 $\overline{BC}$ 交於 H。

(1) 試針對 E 的位置加上一個條件(以 c 表示)，可使題意更完整合理，並說明原因。(3%)

(2) 試以 c 表示三角形△CEF 面積。(3%)

並證明：當 $G=D$ 時，四邊形 $EFGH$ 面積等於△CEF 面積(4%)

(3) 證明：當 G 為 $\overline{CD}$ 中點時，四邊形 $EFGH$ 面積有最大值(8%)



5. 正整數 m,n 滿足 $(m+1)(m+12)=3n(3n-1)$ ，則數對(m,n)=？(10%)

6. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=8$，$\overline{AC}=7$，外接圓半徑 $R=\dfrac{21}{2\sqrt{5}}$，內切圓半徑 $r=\sqrt{5}$。

【提示：三角形面積公式$=\dfrac{abc}{4R}=\dfrac{a+b+c}{2}r$】

(1) $\overline{BC}$ (4%)

(2)作兩直線分別平行 $\overline{AB},\overline{AC}$ 相交於 A'，並且分別與直線 BC 交於 B'、C'，

已知$\triangle ABC$ 內心 P 恰為$\triangle A'B'C'$外心，則$\triangle A'B'C'$外接圓半徑為(10%)