

數學能力檢定試卷

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 測驗時間 10:40~12:00，共 80 分鐘。
2. 本試卷共兩大題(選擇題 14 題、計算證明題 3 題)，共計 100 分。
3. 請將選擇題答案畫記於答案卡上，答案卡須用黑色 2B 鉛筆畫記，修正時請用橡皮擦將原畫記擦拭乾淨，不得使用修正液(帶)。答案卡如有畫記不清或汙損等情事，至電腦無法辨認者，其責任自負，不得提出異議。
4. 計算證明題請寫於答案本(卷)上，寫於試卷不予計分。
5. 作答時不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。
6. 試卷及答案本(卷)如有印刷不清、缺頁、漏印或汙損等情形，請立即舉手告知監試委員，其餘一概不得發問。
7. 測驗結束後，請將試題本放在桌上，待監考人員清點確認數量後，始可離開試場。

一、單選題：每題 5 分，共 70 分。

1. 求 $\frac{2032 \times 2024 + 2023 \times 2022}{4049}$ 之值為何？

- (A) 2026 (B) 2036 (C) 2046 (D) 2056 (E) 2066

2. 一等差數列之最前面四項的和為 26，最後面四項的和為 110，且所有各項的和為 187，則此等差數列的共有幾項？

- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 22

3. 已知自然數 A 的標準分解式中只有 2、3、5 三個數字，且每一個數字都恰好出現一次，例如 $2 \times 3 \times 5$ 、 $2^3 \times 5$ 、 53×2 是符合的情形，但 $2^2 \times 3 \times 5$ 、 3×5 並未符合。若 A 是奇數，且 A 的最小值為 x ，則 x 的值符合下列何者？

- (A) $11 \leq x \leq 25$ (B) $26 \leq x \leq 40$ (C) $41 \leq x \leq 55$
(D) $56 \leq x \leq 70$ (E) $71 \leq x \leq 85$

4. 甲、乙、丙三人進行羽球比賽，每局由其中兩人比賽。每局比賽沒有和局，落敗者退下，由另一人上場與獲勝者比賽。例如第一局由甲、乙兩人比賽，甲獲勝，則第二局由甲、丙兩人比賽。在進行若干局比賽後，統計三人的輸贏局數發現，此時甲勝 4 局、輸 2 局，乙勝 3 局、輸 3 局，若已知丙輸 3 局，則丙勝幾局？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

5. 在坐標平面上，已知 $A(-4, -1)$ 、 $B(4, -1)$ 兩點及直線 $L: y = -x + 1$ 。若 C 點在直線 L 上使得 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，則滿足條件的 C 點共有多少個？

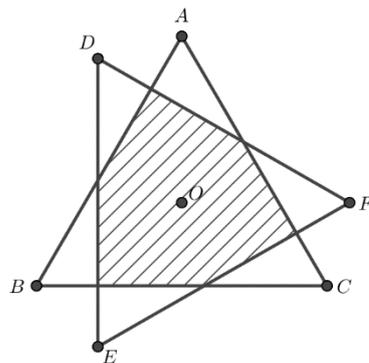
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

6. 設 $0 < x < 1$ ，若 $x + \frac{1}{x} = 7$ ，則 $\frac{x-1}{\sqrt{x}}$ 之值為何？

(A) -3 (B) $-2\sqrt{2}$ (C) $-\sqrt{7}$ (D) $-\sqrt{5}$ (E) $-\sqrt{2}$

7. 如右圖，正 $\triangle ABC$ 的邊長為1，中心為 O ，將 $\triangle ABC$ 繞中心 O 逆時針旋轉到 $\triangle DEF$ ，使得 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ，則兩三角形重疊部分（即圖中斜線部分）的面積為何？

- (A) $\frac{7\sqrt{3}}{32}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ (E) $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$

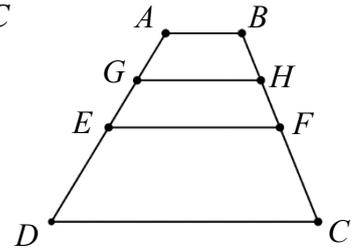


8. 有個四位數乘上45的計算式如下，因汙損只知結果為五位數、個位數為0、十位數為原來四位數之千位數、百位數為原來四位數之個位數、千位數為原來四位數之十位數、萬位數為原來四位數之百位數。試問原來四位數的各位數字和（即 $a+b+c+d$ ）為何？
- (A) 13 (B) 15 (C) 16 (D) 18 (E) 22

	a	b	c	d
×			4	5
	□	□	□	□
□	□	□	□	
	b	c	d	a
				0

9. 在坐標平面上有 $A(1,0)$ 、 $B(7,0)$ 、 $C(5,3)$ 、 $P(0,-1)$ 、 $Q(0,7)$ 、 $R(m,n)$ ，其中 R 點位於第二象限。若 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ ， A 、 B 、 C 的對應點分別是 P 、 Q 、 R ，則 $m-n$ 之值為下列何者？
- (A) $-\frac{28}{3}$ (B) $-\frac{25}{3}$ (C) -8 (D) -7 (E) $-\frac{21}{4}$

10. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。已知 E 、 F 分別為 \overline{AD} 、 \overline{BC} 的中點，且 G 、 H 分別為 \overline{AE} 、 \overline{BF} 的中點。若梯形 $GHFE$ 與梯形 $ABCD$ 的面積比為 $11:48$ ，則梯形 $EFCD$ 與梯形 $ABCD$ 的面積比為何？
- (A) 7:12 (B) 9:16 (C) 13:24 (D) 15:28 (E) 25:48



11. 今依下列三個條件篩選所有的五位數：

條件一：為 4 的倍數。

條件二：萬位數字與個位數字相同。

條件三：千位數字與十位數字相同。

將所有滿足上述三個條件的五位數由小而大排成一數列，請問第 111 個數為何？

- (A) 40204 (B) 46064 (C) 61516 (D) 63036 (E) 82028

12. 坐標平面上，有一線型函數圖形過 $(3, m)$ 和 $(6, 4 - m)$ 兩點，且此線型函數圖形恰通過兩個象限，則下列哪一個點不可能在此線型函數圖形上？
- (A) $(18, 8)$ (B) $(18, 6)$ (C) $(18, 2)$ (D) $(9, 4)$ (E) $(9, 2)$

13. 某玩具商店將甲、乙、丙、丁、戊、己六個積木模型， a 、 b 、 c 、 d 四個角色公仔，紅色、黑色兩顆神奇寶貝球，共十二個玩具，分裝成四個福袋販售。每袋均裝有三個玩具，其分裝的原則如下：

- (1) 甲和 a 必須裝在同一袋。
- (2) 每袋至少裝有一個積木模型。
- (3) 乙和 b 必須裝在不同袋。
- (4) 當某一袋中已有兩個積木模型時，則第三個玩具必須是積木模型或神奇寶貝球。

根據以上敘述，試選出正確的選項。

- (A) 甲和乙可能裝在同一個福袋
- (B) 紅色、黑色兩顆神奇寶貝球一定裝在不同的福袋
- (C) 如果甲和紅色神奇寶貝球裝在同一個福袋，則一定有某一福袋中裝有三個積木模型
- (D) 如果甲和 b 裝在同一個福袋，則不會出現裝有三個積木模型的福袋
- (E) 如果 b 和黑色神奇寶貝球裝在同一個福袋，則 c 和 d 一定裝在不同的福袋

14. 已知 $f(x)$ 為二次多項式，若 $(x^2 - x - 2)f(x)$ 除以 $2x^3 - x^2 - 3x - 2$ 的餘式為 -4 ，

則 $f(2)$ 之值為何？

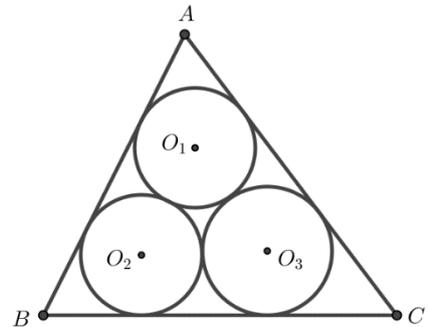
- (A) -4 (B) 0 (C) 4 (D) 6 (E) 7

二、計算、證明題：共 30 分。

1. 有一數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ ，其中任一項 a_k ，恰好都是其餘 99 項之和再減去 k ，
 $k = 1 \sim 100$ 。例如 $a_1 = a_2 + a_3 + \dots + a_{100} - 1$ 。試求 a_{25} 之值。

2. 如圖，圓 O_1 、圓 O_2 、圓 O_3 兩兩外切，半徑分別為 r_1 、 r_2 、 r_3 ，又圓 O_1 與 \overline{AB} 、 \overline{AC} 相切，圓 O_2 與 \overline{AB} 、 \overline{BC} 相切，圓 O_3 與 \overline{BC} 、 \overline{AC} 相切。

試證明：若 $r_1 = r_2 = r_3$ ，則 $\triangle ABC$ 為正三角形。



3. 已知 x 、 y 均為正整數，且滿足 $y = \sqrt{x^2 - 33} + \sqrt{x^2 + 111}$ ，則 x 、 y 之值為何？