

數學能力檢定試卷

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

1. 測驗時間 10:40~12:00，共 80 分鐘。
2. 本試卷共二大題(選擇題 14 題，計算證明題 3 題)，共計 100 分。
3. 請將選擇題答案畫記於答案卡上，答案卡須用黑色 2B 鉛筆畫記，修正時請用橡皮擦將原畫記擦拭乾淨，不得使用修正液(帶)。答案卡如有畫記不清或汙損等情事，至電腦無法辨認者，其責任自負，不得提出異議。
4. 計算證明題請依說明書寫於答案卷上，寫於題目卷不予計分。
5. 可利用試卷中空白部分計算。
6. 本科目不可使用計算機，如有攜帶附計算功能之任何工具，請放在教室前後方地板上。
7. 試題本及答案本(卷)如有印刷不清、缺頁、漏印或汙損等情形，請立即舉手告知監試委員，其餘一概不得發問。

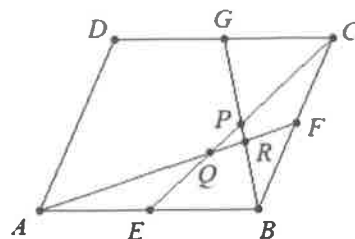
一、單選題：14 題，每題 5 分，共 70 分

1. $\sqrt{(37 \times 8)^2 + (37 \times 15)^2 - (12 \times 17)^2} =$ (A) 525 (B) 527 (C) 595 (D) 675 (E) 715
2. 多項式 $3x^3 + ax^2 + 2x + 10$ 是 $2x^2 - x + b$ 的倍式，其中 a, b 是常數且 b 是整數，則 ab 之值為何？ (A) -20 (B) -19 (C) 20 (D) 22 (E) 23
3. 已知 $351^2 = 123201$ ，則 $\sqrt{123321}$ 的小數部份最接近下列那個選項？
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{7}$
4. 正整數 $1 \sim n$ 之中刪去形成等差數列的七個數之後的總和是 980，則 n 最大的可能值為？
(A) 46 (B) 47 (C) 48 (D) 49 (E) 50
5. 已知四邊形 $ABCD$ ，其中 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，且 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{CD} = 2$ ，試求四邊形 $ABCD$ 的面積為 (A) $5\sqrt{2}$ (B) $6\sqrt{3}$ (C) $8\sqrt{2}$ (D) $9\sqrt{3}$
6. n 是大於 1 的自然數，設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 為 $1, 2, 3, \dots, n$ 之重排(例如 $3, 4, 1, 2, 5$ 是 $1, 2, 3, 4, 5$ 的一種重排)，假設使得 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3) \dots (a_n - n) \neq 0$ 的重排方法個數以 d_n 表示，例如 $n=2$ 時只有 $a_1=2, a_2=1$ 一種重排滿足上述條件，所以 $d_2=1$ ； $n=3$ 時有 $a_1=2, a_2=3, a_3=1$ 與 $a_1=3, a_2=1, a_3=2$ 兩種重排滿足上述條件，所以 $d_3=2$ ，事實上可以算出 $d_4=9, d_5=44, d_6=265$ ；觀察數列 $\langle d_n \rangle$ 可以發現此數列的一些規律性，利用此規律性，推測 $d_7 =$
(A) 1324 (B) 1424 (C) 1524 (D) 1624 (E) 1854
7. 正整數 x 是方程式 $\sqrt{x-10} + \sqrt{x-130} = 30$ 的解，下列哪一個選項正確？
(A) x 是 3 的倍數 (B) x 是 7 的倍數 (C) x 是 11 的倍數 (D) x 是 13 的倍數 (E) x 是質數
8. 台南一中舉行校慶運動會，由甲、乙、丙、丁、戊五位選手晉級百公尺決賽。於正式比賽前，有五位裁判 A, B, C, D, E 對他們的名次作了以下猜測：
①裁判 A 猜「甲得第三，乙得第二」
②裁判 B 猜「甲得第一，戊得第四」
③裁判 C 猜「丙得第三，丁得第五」
④裁判 D 猜「乙得第二，戊得第四」
⑤裁判 E 猜「丙得第二，丁得第一」。
比賽結果公佈，發現五位裁判都恰好只猜對其中一位選手的名次，則下列敘述何者正確？
(A) 甲得第一 (B) 乙得第五 (C) 丙得第三 (D) 丁得第二 (E) 戊得第四

9. 將自然數依序由 1, 2, 3, 寫出 2019 位數, 如下: 123456789101112131415....., 試問此 2019 位數共出現了幾個 0? (A)140 (B)143 (C)147 (D)150 (E)154

10. 有 8 個整數, 若其平均數、中位數、唯一的眾數及全距均為 8, 則此 8 個整數中的最大數之最大可能值為何? (A)13 (B)14 (C)15 (D)16 (E)17

11. 右圖平行四邊形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 分別為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 的中點, 則平行四邊形 $ABCD$ 的面積是 $\triangle PQR$ 的面積的幾倍?



(A)120 (B)144 (C)135 (D)96 (E)108

12. 設函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 其中 a 、 b 、 c 為整數, 若 $f(2) = -1$, $50 < f(7) < 60$, $100 < f(9) < 110$, 試求 $f(11)$ 之值為何?

(A)163 (B)167 (C)170 (D)174 (E)177

13. 設 p 為小於 400 的質數, 且 $p^4 - p^3$ 恰有 36 個正因數, 則滿足條件的所有 p 值總和最接近下列哪一個數?

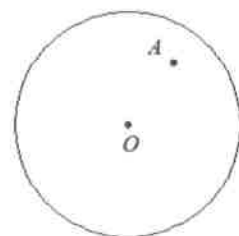
(A)400 (B)500 (C)600 (D)700 (E)800

14. 等腰梯形 $ABCD$, 其中 $\overline{AD} = \overline{BC} = 13$ 、 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{CD} = 14$, 則 $\triangle ABD$ 內切圓半徑與 $\triangle BCD$ 內切圓半徑的比值為何? (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{5}$

二、計算證明題：3 題，每題 10 分，共 30 分

1. 擲一顆骰子三次, 得點數分別為 a 、 b 、 c 。二次函數 $y = a(x+b)(x+c)$ 與 x 軸交於 A 、 B 兩點、與 y 軸交於 C 點, 若 $\triangle ABC$ 面積等於 6, 寫出 a 、 b 、 c 的可能情形。

2. 點 A 是圓 O 內一點, 在圓 O 上找一點 P , 使 $\overline{AP}$ 最短, 說明做法並證明。



3. 坐標平面上, 已知 $O(0,0)$, $P_n(n, n+5)$, 其中 n 為正整數, 設 $\overline{OP_n}$ 上除了端點外尚有 a_n 個格子點, 求 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2019}$ 之值。(註: 格子點為 x 、 y 坐標均為整數的點)