104 學年度 國立成功大學與臺南一中高中科學班 實驗實作:操作

數學科目檢定 試題卷

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答！

請閱讀以下作答說明：

1. 本試卷共五大題。
2. 請依題號於答案卷作答，否則不予計分。
3. 測驗時間從 15：10 到 16：40 共 90 分鐘。
4. 可利用試卷中空白部分計算，答案請書寫於答案卷上，與答案不相關者不要在答案卷上書寫。
5. 作答時不可使用計算機。
6. 交卷時請將答案卷與試題卷繳回，若攜出試場不予計分。

1. (1)已知三次方程式 $x^3+px^2+qx+r=0$ 的三根為 a、b、c，試將方程式的三個係數 p、q、r 分別以 a、b、c 表之 (10 分)

(2)設 a、b、c 為三相異實數且滿足 $\begin{cases} a^3-1000a^2+3a+0.2015=0 \\ b^3-1000b^2+3b+0.2015=0 \\ c^3-1000c^2+3c+0.2015=0 \end{cases}$，求 $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$ 之值 (10 分)

2. 我們用以下方法計算 19×23：

<步驟 1> 將 19 與 23 放左右兩旁

<步驟 2> 右邊 23 連續乘以 2，所得各數 46，92，184，368 依序往下列出

<步驟 3> 左邊 19 連續除以 2，所得各商(餘數丟棄) 9，4，2，1 依序往下列出

<步驟 4> 當左行出現偶數時，刪去右行對應之數，即刪去 92 與 184

<步驟 5> 加總右行未刪之數，得 437 即得所求

19	23
9	46
4	~~92~~
2	~~184~~
1	368
	437

(1)將 19 表示成 $a_0+a_1\times 2+a_2\times 2^2+a_3\times 2^3+a_4\times 2^4$，其中 a_0，a_1，a_2，a_3，a_4 為 0 或 1，求序組 $(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4)$ (6 分)

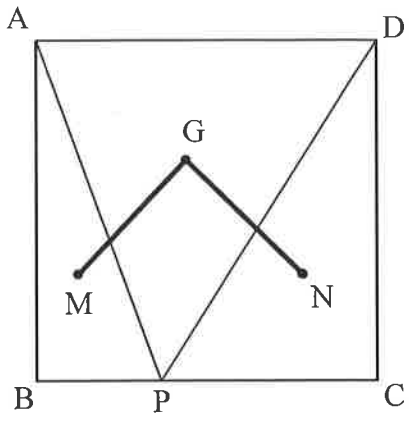
(2)上述方法對於計算任意兩正整數的乘積都適用，為什麼? **(理由說明清楚即可，不用證明)** (7 分)

(3)若將上述<步驟 2>改成連續乘以 3，<步驟 3>改成連續除以 3，請適度修改上述方法使它對於計算任意兩正整數的乘積依然可行 **(須附帶說明理由)** (7 分)

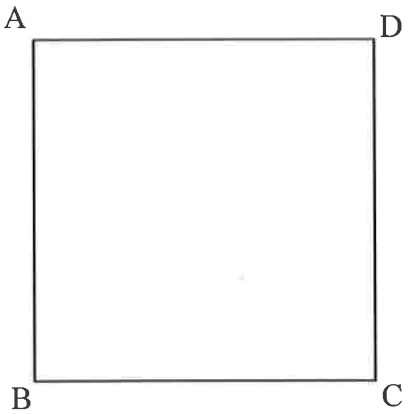
3. 如右圖，在正方形 ABCD 的邊 $\overline{BC}$ 上取任意點 P，設ΔPAD、ΔPAB、ΔPCD 的重心分別為 G、M、N

(1)證明：$\overline{GM}=\overline{GN}$ (10 分)

(2)證明：$\overleftrightarrow{MN} \parallel \overline{BC}$ (10 分)



(3)當 P 在 $\overline{BC}$ 上移動時，將ΔGMN(含內部)變動過程中所掃過的區域畫出來 **(須精確描述點 G 的變動範圍)** (10 分)



.4. 如右圖，將矩形 ABCD 分割成四個小矩形 S_1、S_2、S_3、S_4，其中 $\overline{AX}=a_1$，$\overline{XB}=a_2$，$\overline{AY}=b_1$，$\overline{YD}=b_2$，且 $a_1>a_2$，$b_1>b_2$，

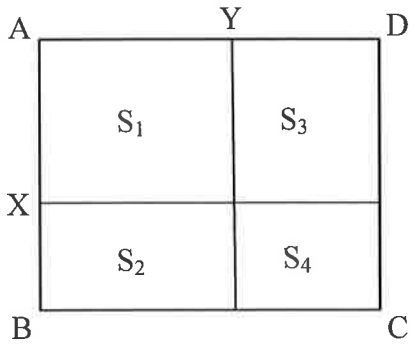
興中推測四塊矩形面積會有如下結論：

(S_1 面積) + (S_4 面積) > (S_2 面積) + (S_3 面積)。

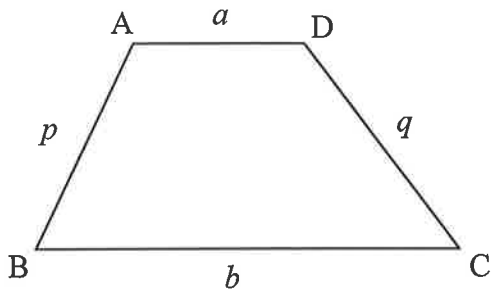
他的證法是：

先在 $\overline{AX}$ 上取點 P，使 $\overline{XP}=a_2$，再作輔助線 $\overline{PQ}$ 平行 $\overline{AD}$ 且交 $\overline{DC}$ 於 Q，……

請利用興中所作輔助線，完成上述結論的證明 (10 分)

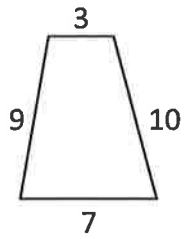


5. (1)如右圖，在梯形 ABCD 中，已知兩底長 a、b $(a<b)$，兩腰長 p、q，則會得到以下結論：



$$\begin{cases} b+p>a+q \\ b+q>a+p \end{cases}$$

請從<u>兩式中任選一式</u>證明　(10 分)

(2)從五種長度 2 , 4 , 6 , 7 , 15 中選四種不同長度組成一梯形，符合者有哪些?

(請說明理由，並仿照右圖以略圖方式呈現每一可能)　(10 分)