

複試

填充題：每題 6 分，共 78 分

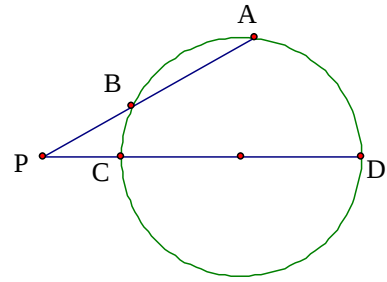
1. 甲、乙、丙三人玩遊戲，規則如下：每回持有最多代幣者須分給其他每一位參與遊戲者一枚代幣，並放一枚代幣於回收桶中，當有一位遊戲參與者手中沒有代幣時，則遊戲結束。假設甲、乙、丙三人開始玩遊戲時手中分別持有 15、14 及 13 枚代幣，試問遊戲開始到結束，共進行了幾回合？ _____

2. 右圖 9 個方格中任取兩塊圖上顏色，此兩塊沒有任何一邊重疊的機率為 _____

A	B	C
D	E	F
G	H	I

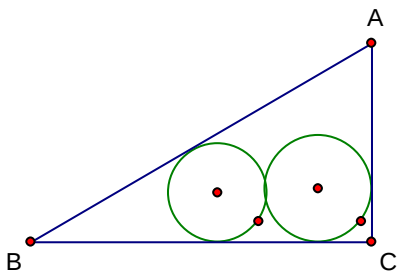
3. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 且滿足： $x + 3y + 2z = 3$ ， $3x + 3y + z = 4$ 。若 $u = 3x - 3y + 4z$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，則數對 $(a, b) =$ _____。
4. 兩人各騎一匹馬結伴同行，從甲地騎到乙地。等速度前進 3 小時後，其中一匹馬受傷，不能再跑，兩人只好同騎另一匹馬，速度變成原來的 $\frac{2}{5}$ ，因而，到達乙地的時間比預定時間晚了 3 小時。有一人對同伴說：「要是受傷的馬能多跑 20 公里再受傷，我們可以提早 1 小時到達。」請問：甲地到乙地共有 _____ 公里。
5. 有 20 個不同的烤盤，每兩個烤盤必有一種相同的麵包，每種麵包只能在不同的兩個烤盤中出現，則至少有 _____ 種不同的麵包。
6. 對於正整數 n ，若存在兩相異正整數 a, b 使得 $n = a + b + ab$ ，稱 n 為「優數」，例如 $31 = 3 + 7 + 3 \times 7$ ，則不大於 40 的優數有 _____ 個。
7. 整數數列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ ，使得對每個 $n \geq 3$ ，都有 $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ ，若該數列前 2002 項之和等於 1001，前 1001 項之和等於 2002，那麼前 2011 項之和是 _____。
8. 若 $a+b+c+d=0$ ， $a^3+b^3+c^3+d^3=5$ ，則 $abc+abd+acd+bcd=$ _____

9. 右圖中 $\overline{CD}$ 是圓的直徑，已知 $\overline{AB} = 15$, $\overline{PC} = 4\sqrt{3}$,
 $\angle APD = 30^\circ$, 則 $\overline{AD} =$ _____ 。

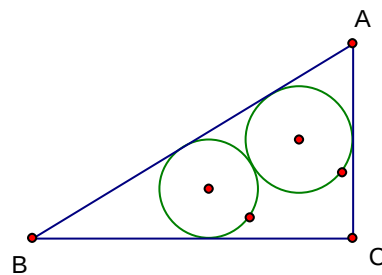


計算證明題：共 22 分（無計算過程不予計分）

- 試證明：對於自然數 $n = 1, 2, 3, \dots$, $n^4 + 4n^3 + 5n^2 + 4n + 1$ 不是一個整數的平方。
- 直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{CA} = 5$, 將兩個半徑相等的圓放進其中，使得每個圓如下圖(一)、圖(二)所示分別與三角形的兩邊相切，
 (1) 求出圖(一)中圓的半徑。 (2) 求出圖(二)中圓的半徑。

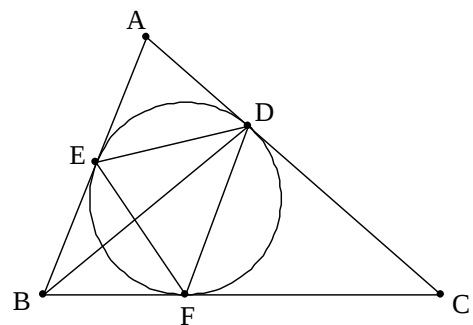


圖(一)



圖(二)

- 作 $\triangle ABC$ 的內切圓，其中切點為 D 、 E 、 F ，如右圖。已知 $\triangle BCD$ 的面積等於四邊形 $CDEF$ 的面積，
 證明：(1) $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ (2) $\overline{ED} = \overline{EF}$ 。



答案卷

總分：

填充題：每題 6 分, 共 78 分

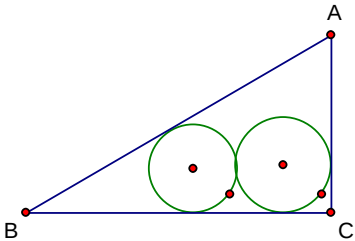
1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	得分：

計算證明題：共 22 分 (無計算過程不予計分)

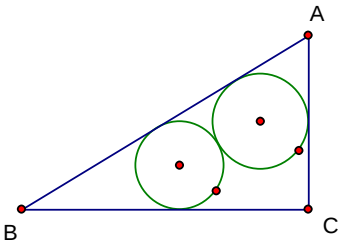
1.

得分：

2. (1) 答案：_____



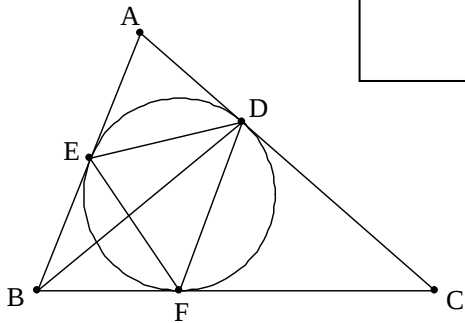
(2) 答案：_____



得分：

3.

得分：



答案卷

填充題：每題 6 分，共 78 分

1. 37	2. $\frac{2}{3}$	3. (-1, 7)	4. 150	5. 190
6. 24	7. - 3003	8. $\frac{5}{3}$	9 $14\sqrt{3}$	得分：

2. $(\frac{3}{2}, \frac{26}{17})$